
Teste de Matemática A

2016 / 2017

Teste Diagnóstico

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

12.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: _____ Turma: _____



Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais **só uma** está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a esse item.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**

1. Inquiriram-se 500 alunos de uma escola secundária sobre a utilização do *Facebook* e do *Instagram* e obtiveram-se os seguintes resultados:

- 400 alunos referiram utilizar o *Facebook*;
- 210 alunos referiram utilizar o *Instagram*;
- 50 alunos referiram não utilizar o *Facebook* nem o *Instagram*.

Selecionando ao acaso um aluno dessa escola, qual é a probabilidade de ele utilizar apenas o *Facebook*?

(A) 32%

(B) 48%

(C) 80%

(D) 90%

Solução: Opção (B)

[Conteúdos de 9.º ano – Programa 2007]

2. De uma função quadrática f , sabe-se que o ponto de coordenadas $(2, 5)$ é o vértice da parábola que a representa graficamente e que $f(3) = -4$.

Então, pode afirmar-se que:

(A) f não tem zeros.

(B) f é uma função par.

(C) o contradomínio de f é $]-\infty, 5]$.

(D) f é estritamente crescente em $[2, +\infty[$.

Solução: Opção (C)

[Conteúdos de 10.º ano – Programa 2003]

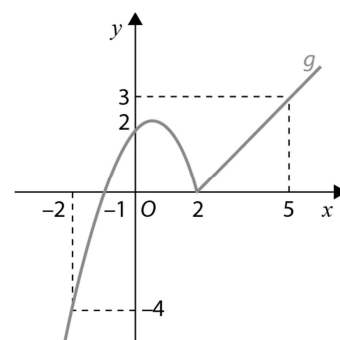


3. Considere a função f definida por $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$ e a função g representada na figura.

Seja h a função definida por $h(x) = (f \times g)(x)$.

Qual pode ser o conjunto dos zeros da função h ?

- (A) $\{-1, 3\}$ (B) $\{-1, 2, 3\}$
 (C) $\{-1, 2\}$ (D) $\{2, 3\}$



Solução: Opção (D)

[Conteúdos de 11.º ano – Programa 2003]

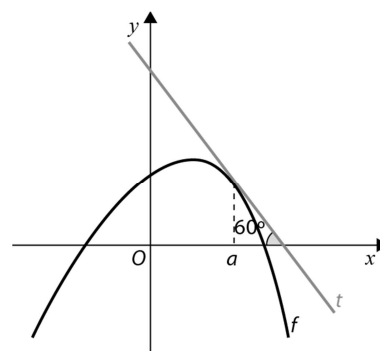
4. Na figura estão representadas:

- parte do gráfico da função f , de domínio \mathbb{R} ;
- uma reta t tangente ao gráfico de f , no ponto de abscissa a .

O ângulo entre a reta t e o eixo das abscissas é 60° .

Qual é o valor de $f'(a)$?

- (A) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (C) -1 (D) $-\sqrt{3}$



Solução: Opção (D)

[Conteúdos de 11.º ano – Programa 2003]

5. Considere as sucessões (u_n) e (v_n) de termos gerais $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$ e $v_n = 5^n$.

Qual das afirmações seguintes é falsa?

- (A) $\lim (u_n) = e$
 (B) $\lim (v_n) = +\infty$
 (C) (u_n) é uma sucessão monótona crescente e limitada.
 (D) (v_n) é uma progressão geométrica de razão 5.

Solução: Opção (A)

[Conteúdos de 11.º ano – Programa 2003]

Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: Quando para um resultado não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. A Isaura e a Joana estão a jogar um jogo de dados.

Cada uma delas lança um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e efetua-se a multiplicação entre os dois números obtidos.

Se o produto dos números for ímpar, vence a Isaura; caso contrário, vence a Joana.

1.1. Qual é a probabilidade de a Isaura vencer? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

1.2. Sabendo que a Isaura lançou o dado e obteve o número 3, qual é a probabilidade de a Joana vencer? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

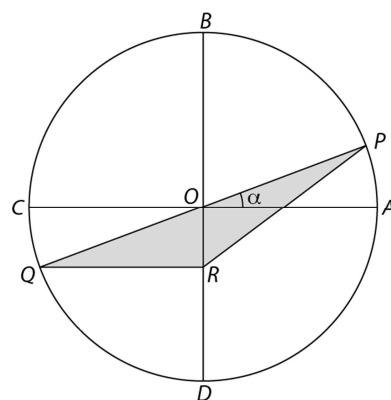
Soluções: 1.1. $\frac{1}{4}$ 1.2. $\frac{1}{2}$

[Conteúdos de 9.º ano – Programa 2007]

2. Na figura está representada uma circunferência de centro no ponto O e raio 3.

Sabe-se que:

- os diâmetros $[AC]$ e $[BD]$ são perpendiculares;
- o ponto P pertence ao arco AB ;
- $[PQ]$ é um diâmetro da circunferência;
- o ponto R pertence a $[OD]$ e é tal que $[QR]$ é paralelo a $[AC]$.



2.1. Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo AOP ($\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$).

Mostre que a área A do triângulo $[PQR]$, representado a sombreado, pode ser dada, em função de α , por $A(\alpha) = 9 \sin \alpha \cos \alpha$.

2.2. Considere agora a função f definida em \mathbb{R} por $f(x) = 9\sin x \cos x$.

2.2.1. Resolva, em \mathbb{R} , a equação $f(x) = 9\sin x$.

2.2.2. Seja β um ângulo do segundo quadrante tal que $\operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{5}$. Determine o valor exato de $f(\beta)$.

Soluções: 2.2.1. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 2.2.2. $-\frac{45}{26}$

[Conteúdos de 11.º ano – Programa 2003]

3. Considere as funções f e g definidas por $f(x) = 4 - x^2$ e $g(x) = \frac{5}{x+2}$.

3.1. Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de f que é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

3.2. Resolva, analiticamente, em \mathbb{R} , a equação $\sqrt{f(x)} - x = 0$.

3.3. Caracterize a função inversa de g .

3.4. Determine os valores de x que satisfazem a condição $g(x) \leq x$.

Soluções: 3.1. $y = x + \frac{23}{16}$ 3.2. $\sqrt{2}$ 3.3. $\begin{matrix} g^{-1}: \mathbb{R} \setminus \{0\} & \rightarrow & \mathbb{R} \setminus \{-2\} \\ x & \mapsto & \frac{5-2x}{x} \end{matrix}$

[Conteúdos de 11.º ano – Programa 2003]

3.4. $[-1 - \sqrt{6}, -2[\cup [-1 + \sqrt{6}, +\infty[$

4. Nos primeiros 10 dias de setembro de 2016, a cotação C , em euros, das ações da empresa *BrilliantMath*, na Bolsa de Valores de Lisboa, em função do tempo t , em dias contados a partir do início do dia 1 de setembro, pode ser aproximada pela expressão:

$$C(t) = t^3 - 15t^2 + 63t + 12, t \in [0, 10]$$

4.1. Calcule a taxa média de variação da função C entre o final do dia 4 e o final do dia 6 de setembro de 2016 e interprete o resultado obtido no contexto do problema.

4.2. Estude a função C quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.

Soluções: 4.1. -11 euros por dia. Entre o final do dia 4

[Conteúdos de 11.º ano – Programa 2003]

e o final do dia 6 de setembro de 2016, a cotação das ações da empresa *BrilliantMath* diminuiu a uma taxa de 11 euros por dia. 4.2. C é crescente em $[0, 3]$ e em $[7, 10]$ e é decrescente em $[3, 7]$; 12 é mínimo absoluto para $x = 0$; 61 é mínimo relativo para $x = 7$; 93 é máximo relativo para $x = 3$; 142 é máximo absoluto para $x = 10$.

– FIM –



COTAÇÕES

Grupo I 50

Cada resposta certa 10

Cada resposta errada 0

Cada questão não respondida ou anulada 0

Grupo II 150

1. 15

1.1. 5

1.2. 10

2. 45

2.1. 15

2.2. 30

2.2.1.....15

2.2.2.....15

3. 60

3.1. 15

3.2. 15

3.3. 15

3.4. 15

4. 30

4.1. 15

4.2. 15

TOTAL 200

