

---

## Teste de Matemática A

---

2016 / 2017

---

Teste Diagnóstico

**Matemática A**

---

---

Duração do Teste: 90 minutos

---

**12.º Ano de Escolaridade**

---

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

---



### Grupo I

- Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla.
- Em cada um deles, são indicadas quatro alternativas de resposta, das quais **só uma** está correta.
- Escreva na sua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** correspondente à alternativa que selecionar para responder a esse item.
- Se apresentar mais do que uma alternativa, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.
- **Não apresente cálculos nem justificações.**

1. Inquiriram-se 500 alunos de uma escola secundária sobre a utilização do *Facebook* e do *Instagram* e obtiveram-se os seguintes resultados:

- 400 alunos referiram utilizar o *Facebook*;
- 210 alunos referiram utilizar o *Instagram*;
- 50 alunos referiram não utilizar o *Facebook* nem o *Instagram*.

Selecionando ao acaso um aluno dessa escola, qual é a probabilidade de ele utilizar apenas o *Facebook*?

- (A) 32%                      (B) 48%                      (C) 80%                      (D) 90%

2. De uma função quadrática  $f$ , sabe-se que o ponto de coordenadas  $(2, 5)$  é o vértice da parábola que a representa graficamente e que  $f(3) = -4$ .

Então, pode afirmar-se que:

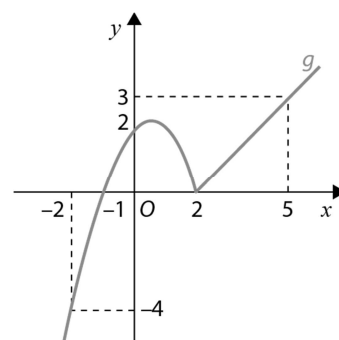
- (A)  $f$  não tem zeros.
- (B)  $f$  é uma função par.
- (C) o contradomínio de  $f$  é  $]-\infty, 5]$ .
- (D)  $f$  é estritamente crescente em  $[2, +\infty[$ .

3. Considere a função  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x-3}{x+1}$  e a função  $g$  representada na figura.

Seja  $h$  a função definida por  $h(x) = (f \times g)(x)$ .

Qual pode ser o conjunto dos zeros da função  $h$ ?

- (A)  $\{-1, 3\}$  (B)  $\{-1, 2, 3\}$   
(C)  $\{-1, 2\}$  (D)  $\{2, 3\}$



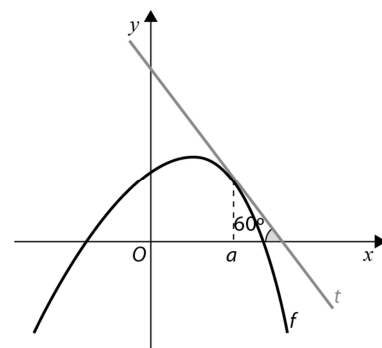
4. Na figura estão representadas:

- parte do gráfico da função  $f$ , de domínio  $\mathbb{R}$ ;
- uma reta  $t$  tangente ao gráfico de  $f$ , no ponto de abscissa  $a$ .

O ângulo entre a reta  $t$  e o eixo das abscissas é  $60^\circ$ .

Qual é o valor de  $f'(a)$ ?

- (A)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$  (B)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$   
(C)  $-1$  (D)  $-\sqrt{3}$



5. Considere as sucessões  $(u_n)$  e  $(v_n)$  de termos gerais  $u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n}$  e  $v_n = 5^n$ .

Qual das afirmações seguintes é falsa?

- (A)  $\lim (u_n) = e$   
(B)  $\lim (v_n) = +\infty$   
(C)  $(u_n)$  é uma sucessão monótona crescente e limitada.  
(D)  $(v_n)$  é uma progressão geométrica de razão 5.

## Grupo II

Nas respostas aos itens deste grupo apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiver de efetuar e **todas as justificações** necessárias.

**Atenção:** Quando para um resultado não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

### 1. A Isaura e a Joana estão a jogar um jogo de dados.

Cada uma delas lança um dado cúbico equilibrado, com as faces numeradas de 1 a 6, e efetua-se a multiplicação entre os dois números obtidos.

Se o produto dos números for ímpar, vence a Isaura; caso contrário, vence a Joana.

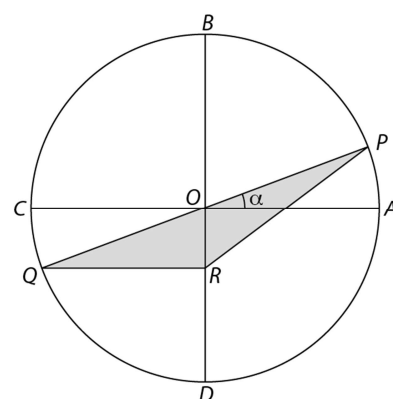
**1.1.** Qual é a probabilidade de a Isaura vencer? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

**1.2.** Sabendo que a Isaura lançou o dado e obteve o número 3, qual é a probabilidade de a Joana vencer? Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

### 2. Na figura está representada uma circunferência de centro no ponto $O$ e raio 3.

Sabe-se que:

- os diâmetros  $[AC]$  e  $[BD]$  são perpendiculares;
- o ponto  $P$  pertence ao arco  $AB$ ;
- $[PQ]$  é um diâmetro da circunferência;
- o ponto  $R$  pertence a  $[OD]$  e é tal que  $[QR]$  é paralelo a  $[AC]$ .



**2.1.** Seja  $\alpha$  a amplitude, em radianos, do ângulo  $AOP$  ( $\alpha \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ ).

Mostre que a área  $A$  do triângulo  $[PQR]$ , representado a sombreado, pode ser dada, em função de  $\alpha$ , por  $A(\alpha) = 9 \sin \alpha \cos \alpha$ .

**2.2.** Considere agora a função  $f$  definida em  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = 9\sin x \cos x$ .

**2.2.1.** Resolva, em  $\mathbb{R}$ , a equação  $f(x) = 9\sin x$ .

**2.2.2.** Seja  $\beta$  um ângulo do segundo quadrante tal que  $\operatorname{tg} \beta = -\frac{1}{5}$ . Determine o valor exato de  $f(\beta)$ .

**3.** Considere as funções  $f$  e  $g$  definidas por  $f(x) = 4 - x^2$  e  $g(x) = \frac{5}{x+2}$ .

**3.1.** Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico de  $f$  que é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

**3.2.** Resolva, analiticamente, em  $\mathbb{R}$ , a equação  $\sqrt{f(x)} - x = 0$ .

**3.3.** Caracterize a função inversa de  $g$ .

**3.4.** Determine os valores de  $x$  que satisfazem a condição  $g(x) \leq x$ .

**4.** Nos primeiros 10 dias de setembro de 2016, a cotação  $C$ , em euros, das ações da empresa *BrilliantMath*, na Bolsa de Valores de Lisboa, em função do tempo  $t$ , em dias contados a partir do início do dia 1 de setembro, pode ser aproximada pela expressão:

$$C(t) = t^3 - 15t^2 + 63t + 12, t \in [0, 10]$$

**4.1.** Calcule a taxa média de variação da função  $C$  entre o final do dia 4 e o final do dia 6 de setembro de 2016 e interprete o resultado obtido no contexto do problema.

**4.2.** Estude a função  $C$  quanto à monotonia e quanto à existência de extremos relativos.

– FIM –



## COTAÇÕES

**Grupo I ..... 50**

Cada resposta certa ..... 10

Cada resposta errada ..... 0

Cada questão não respondida ou anulada ..... 0

**Grupo II ..... 150**

1. .... 15

1.1. .... 5

1.2. .... 10

2. .... 45

2.1. .... 15

2.2. .... 30

2.2.1.....15

2.2.2.....15

3. .... 60

3.1. .... 15

3.2. .... 15

3.3. .... 15

3.4. .... 15

4. .... 30

4.1. .... 15

4.2. .... 15

**TOTAL ..... 200**

